

Pembuktian (Proving) dalam Penyelesaian Masalah Matematik bagi Topik Sekuen dan Siri

Mokhtar Ishak
Azman Ismail
(Jabatan Matematik)

ABSTRAK

Kajian ini bertujuan untuk melihat profil *math difficulty* dan mengetahui punca kelemahan pelatih pengajian matematik dalam penyelesaian masalah dan pembuktian pada topik sekuen dan siri. Kajian tindakan ini melibatkan penggunaan instrumen berbentuk ujian formatif, *think aloud* dan temu bual berstruktur. Sampel terdiri daripada 20 pelajar PISMP Pengajian matematik di Institut Perguruan Islam selangor (IPIS)ambilan Januari 2006. Dalam kajian pembuktian, 13 pelajar dipilih khusus berdasarkan ketidakbolehan mereka dalam pembuktian. Dapatan kajian mendapati lapan pelatih perempuan dan lima pelatih lelaki tidak dapat melakukan pembuktian. Kesemua pelatih (13 orang) yang mendapat A1 dan A2 dalam matematik moden mampu menyelesaikan masalah pembuktian. Kebolehan membuat pembuktian dan *math ability* dalam matematik tambahan SPM mendapati gred pencapaian dalam matematik tambahan tidak dapat menggambarkan perkaitan yang jelas antaranya. Didapati punca masalah yang membebani pelatih adalah masalah kefahaman bahasa terutama istilah matematik, memahami tetapi buntu untuk selesaikannya dan mengeneipkan soalan berbentuk *proving*.

ABSTRACT

This research aims to investigate math difficulty profile and to find out reasons why mathematics students are poor in problem solving and proving on the topics sequence and serial. Data for this action research was gathered using formative test, think aloud and structured interview. The samples were 20 PISMP Mathematics January intake students from IPIS. In the research on proving, 13 students were chosen based on their inability to do proving. The results showed that 8 female students and 5 male students could not do proving. All students with A1 and A2 in Modern Mathematics were able to solve the problems on proving. The ability to do proving and math ability in SPM Add Maths showed that the grade achieved in Add Maths did not reflect clear relationship of both. It was found that students face problem in understanding mathematics terminologies and in solving the problems though they did understand the questions. It was also found that students put aside proving questions.

PENDAHULUAN

Matematik sering dikaitkan sebagai satu mata pelajaran yang sukar. Ini jelas bila mana didapati satu dari tiga atau empat pelajar peringkat rendah adalah di bawah paras purata pencapaian dalam matematik (*National Assessment Of Educational Progress: NAEP*, 2001). Penyelesaian masalah dalam mata pelajaran matematik adalah dari peringkat rendah dan semakin sukar pada peringkat menengah dan tinggi (Miller & Mercer, 1998). Pembuktian merupakan tugas matematik berbentuk penyelesaian masalah (Weber, 2001). Pembuktian berada pada aras kesukaran tertinggi Taksonomi Bloom iaitu tahap penilaian (*evaluation*).

Keupayaan menyelesaikan masalah matematik bergantung kepada darjah keindependenan, kebolehan membuat penilaian, keistimewaan tabiat diri dan kreativiti individu itu sendiri. sehubungan itu dalam pengajaran matematik, penekanan terhadap penyelesaian masalah diletakkan sebagai suatu yang utama (Polya, 1965). Pada penyemakan semula kurikulum matematik, didapati penumpuan lebih dilihat kepada *ability to think clearly; ability to analyze complex situations and make generalizations; and the ability to appreciate the beauty of geometrical forms, the power of mathematics, its ideals of perfection, and its role on abstract thinking*. Ini jelas menunjukkan bahawa penyelesaian masalah, pemikiran kritikal dan pembuktian adalah perlu (Hanna, 1983).

Penyelesaian masalah dan pembuktian adalah merupakan *math difficulty* bagi kebanyakan pelajar (Subramanian, 1991). Sehubungan itu, pengkaji merasakan perlu untuk membuat kajian dan melihat keupayaan matematikal pelatih dalam penyelesaian masalah dan pembuktian pada topik sekuen dan siri dalam geometri matematik.

PERNYATAAN MASALAH

Guru seharusnya mampu mengenal pasti akan kelemahan pelajar dalam menyelesaikan masalah matematik pelajar. Pada kebiasaannya, guru akan menggunakan ujian diagnostik dalam mengesan punca kelemahan pelajar. Dalam kajian ini pengkaji ingin melihat kelemahan pelajar dalam penyelesaian masalah dan pembuktian dengan melihat kepada *math difficulty* yang mereka alami dalam menyelesaikan masalah matematik. Pengkaji merujuk kepada langkah-langkah penyelesaian yang disarankan dalam Model Polya (Polya, 1965).

Menurut Rivera (1998), ada dua sebab utama mengapa guru perlu melihat kepada *math difficulty* pelajar. Pertama, pelajar yang dibelenggu dengan *math difficulty* akan mengalami kesan yang lama terhadap kelemahan tersebut. Kedua, bimbingan khusus adalah perlu kepada pelajar yang mempunyai masalah *math difficulty* ini.

Pada kebiasaannya, guru kurang berusaha dalam mencari punca dan melihat kelemahan pelajar. Malah ada segelintir guru yang sering melabelkan pelajar sebagai lemah dan tidak perlu diberi tumpuan dan penekanan dalam pembelajaran terutamanya dalam penyelesaian masalah dan pembuktian matematik. Pada golongan yang lemah ini, mereka sering diabaikan oleh guru. Namun, kajian ini cuba meneroka punca permasalahan pelajar dan diharapkan dapatan kajian ini dapat memberi panduan kepada guru dalam menangani masalah pelajar khususnya dalam penyelesaian masalah dan pembuktian dalam topik geometri dalam sekuen dan siri.

TUJUAN KAJIAN

Kajian ini adalah bertujuan untuk:

- i. melihat profil *math difficulty* pelatih pengajian matematik dalam penyelesaian masalah dan pembuktian pada topik sekuen dan siri,
- ii. mengetahui punca kelemahan pelatih pengajian matematik dalam penyelesaian masalah dan pembuktian pada topik sekuen dan siri.

Diharapkan hasil kajian ilmiah ini akan dapat memberi panduan kepada guru matematik dalam pengajaran dan pembelajaran penyelesaian masalah dan pembuktian pada topik sekuen dan siri.

METODOLOGI

Reka bentuk dan Instrumen kajian

Reka bentuk kajian ini adalah kajian tindakan yang melibatkan kajian kuantitatif dan kajian kualitatif. Pendekatan yang digunakan adalah menggunakan instrumen kajian dari ujian formatif sekuen dan siri, kaedah *think aloud* dan temu bual berstruktur.

Populasi dan Sampel Kajian

Populasi kajian adalah pelajar PISMP Pengajian matematik ambilan Jun 2006 Institut Perguruan Malaysia, Kementerian Pendidikan Malaysia. Sampel bertujuan yang dipilih adalah pelatih Pengajian Matematik Institut Perguruan Islam selangor (IPIS) yang terdiri daripada 20 pelatih (10 lelaki dan 10 perempuan). Dalam kajian pembuktian, 13 pelajar dipilih khusus berdasarkan ketidakbolehan mereka dalam pembuktian. Patton (1990) menjelaskan bahawa *the power of purposeful sampling* ialah ia dapat menyediakan maklumat yang lebih mendalam (*in depth*).

Instrumen Kajian

Kajian ini menggunakan satu set soalan ujian formatif dalam topik sekuen dan siri yang mengandungi enam item berbagai aras Taksonomi Bloom, *think aloud* dan temu bual berstruktur.

Penganalisan Data.

Data kuantitatif dianalisis menggunakan SPSS Ver. 13.5 manakala bagi data kualitatif dianalisis menggunakan *verbal protocol analysis* (Ericsson & Simon, 1993) yang mudah melalui pengkodan (*coding*). Analisis deskriptif berupa statistik mudah (*simple statistical*) peratus, ujian kecenderungan memusat, *crosstab* dan analisis inferensi melalui korelasi pearson.

Kajian Literatur

Pembuktian (*proving*)

Dalam literatur, pembuktian dalam matematik lebih merujuk kepada *verification* (Fischbein & Kedem, 1982; Bell, 1976); *explanation* (Hanna, 1989; de Villiers, 1991; Bell, 1976; Moore, 1990); *exploration* (de Villiers, 1991); *systematization* (Bell, 1976); *communication* (de Villiers, 1990; Arsac, Balacheff & Mante, 1992); *aesthetics* (de Villiers, 1990); *developing logical thinking* (de Villiers, 1991) dan a “*teacher-game*” (Alibert, 1988; Schoenfeld, 1987).

Dalam proses membuat pembuktian, penglibatan *a chain of reasoning, using the given information, relevant diagrams, axioms, postulates, theorems, etc., logically leading to the conclusion* (Stover, 1989). Smith dan Henderson (1989) pula, melihat dalam proses penyelesaian pembuktian, ianya lebih kepada menunjukkan implikasi idea, memperlihatkan perhubungan idea dan menghalakan kepada penemuan idea baru.

Senk (1985) dalam kajian terhadap 1520 pelajar mendapati hanya 20% pelajar dapat menyelesaikan masalah pembuktian yang kompleks, 30% pelajar mampu menyelesaikan masalah pembuktian yang mirip kepada contoh dalam buku teks manakala 25% pelajar dapat menyelesaikan masalah pembuktian yang mudah.

Dreyfus (1999) menyatakan bahawa adanya hubungan yang kuat antara pembuktian dengan penjelasan (*explaining*). Pembuktian jelas memperlihatkan tentang “kenapa?”. Begitu juga dapatan kajian oleh Stover (1989) dan Knuth (1999) yang mendapati hubungan yang kuat antara pemikiran logik dengan kebolehan pembuktian (*proving ability*). Mingus dan Grassl (1999) pula

menyatakan bahawa pembuktian lebih kepada penaakulan logik dengan penekanan kepada pemikiran analitik (*analytic thinking*).

DAPATAN KAJIAN

Profil sampel kajian keseluruhan

Sampel terdiri daripada 20 orang pelatih di mana sembilan pelatih (45%) adalah lelaki dan 11 lagi (55%) adalah perempuan. Melihat kepada *math ability* berdasarkan keputusan matematik moden pada peringkat SPM, kesemua pelatih (100%) telah mendapat A dan 19 darinya (95%) adalah A1 dan hanya seorang (5%) sahaja yang mendapat A2. Manakala kalau dilihat *math ability* berdasarkan keputusan matematik tambahan pada peringkat SPM pula, sepuluh pelatih (50%) telah mendapat A, lima pelatih (25%) mendapat B dan selebihnya lima pelatih lagi (25%) mendapat paling rendah iaitu C5. Keadaan ini dikira baik kerana matematik tambahan adalah sukar dan ramai murid tidak mengambil mata pelajaran ini. Keputusan ujian formatif menunjukkan bahawa min pencapaian adalah 70.00 dan median adalah 67.50. Markah tertinggi adalah 96.67% dan markah terendah adalah 35%. Ini menunjukkan julat mereka adalah besar dan nilai sisihan piawai, $\sigma = 18.42$ yang agak besar.

Profil sampel kajian dalam pembuktian

Keputusan keseluruhan ujian adalah 18 pelatih lulus (90%) dan hanya dua pelatih yang gagal dalam ujian ini. Namun, setelah analisis data terhadap pembuktian dilakukan, didapati 13 pelatih (65%) tidak berupaya melakukan pembuktian. Analisis deskriptif secara *crosstab* antara jantina dan kebolehan membuat pembuktian mendapati bahawa daripada 13 pelatih tersebut, lapan pelatih perempuan (61.54%) dan lima pelatih lelaki (38.46%) tidak dapat melakukan pembuktian. Analisis deskriptif secara *crosstab* antara kebolehan membuat pembuktian dan *math ability* dalam matematik moden SPM mendapati bahawa daripada 13 pelatih, kesemua pelatih (100%) telah mendapat A1 dalam matematik moden dan pelatih yang mendapat A2 mampu menyelesaikan masalah pembuktian.

Analisis deskriptif secara *crosstab* antara kebolehan membuat pembuktian dan *math ability* dalam matematik tambahan SPM mendapati grad pencapaian dalam matematik tambahan tidak dapat menggambarkan perkaitan yang jelas antaranya. Ini kerana daripada 10 pelatih yang mendapat A, lima pelatih (50%) sahaja yang dapat membuktikan penyelesaian masalah berbentuk pembuktian. Manakala daripada 10 pelatih yang mendapat B dan C, hanya dua pelatih (20%) sahaja yang dapat membuat pembuktian.

Dapatan kajian melalui profil *math ability* menunjukkan bagi individu yang mempunyai kemahiran yang baik dalam matematik moden dan matematik tambahan, tidak semestinya mereka berkebolehan dalam membuat pembuktian. Pengkaji telah menjalankan korelasi pearson dan didapati nilai korelasi r adalah rendah iaitu $r_1 = 0.313$ dengan matematik moden dan $r_2 = 0.330$ dengan matematik tambahan.

Berpandukan analisis kualitatif terhadap strategi *think aloud* dan temu bual berstruktur, pengkaji mendapati tiga punca masalah yang membebani pelatih. Punca pertama adalah kefahaman pelatih terhadap soalan. Polya (1965) menyatakan bahawa langkah pertama adalah memahami masalah. Pelajar tidak dapat memahami istilah matematik mungkin disebabkan soalan dalam Bahasa Inggeris dan tidak memahami apa yang dimaksudkan oleh soalan.

Begitu juga bagi pelatih yang memahami soalan tetapi tidak tahu apa hendak dibuat pada langkah seterusnya. Mengikut Polya (1965), apabila langkah pertama telah dilalui, langkah seterusnya ialah mengenal pasti strategi (*devise a plan*) yang ingin dibuat. Didapati pelatih telah buntu dan tidak tahu untuk mula bagaimana dan apa hendak dibuat dalam membuat pembuktian. Mereka tidak mampu membuat perkaitan dalam soalan pembuktian.

Jadual 1 Punca Masalah dalam Pembuktian

Punca masalah	Frekuensi	Peratus
Masalah kefahaman bahasa terutama istilah matematik	6	46.2
Memahami tetapi buntu untuk menyelesaikannya	6	46.2
Mengenepikan soalan berbentuk pembuktian	1	7.7
Jumlah	13	100.0

RUJUKAN

- Associates in Counseling and Child Guidance (2003). Low achiever. Atas talian. 26 September, 2003 daripada http://accg.net/low_achiver.htm: ACCG.
- Barlow, D. H., & Hersen, M. (1984). *Single case experimental designs: Strategies for studying behavior change* (ed. Ke-2.). Pergamon general psychology series. New York: Pergamon Press.
- Chaiyasang, S. (1989). An Investigation into level of geometric thinking and ability to construct proof of students in Thailand. *Dissertation Abstracts International*, 49A(8), 2137.

- Dennis, A. (2000, November). A survey of mathematics undergraduates' interaction with proof: some implications for mathematics education. *International Journal of Mathematical Education in Science & Technology*, 31(6), p.869-890.
- Ericson, K. A. dan Simon, H. A. (1993) *Protocol analysis; Verbal reports as data* (2nd ed.), Bradford Books/MIT Press, Cambridge, MA.
- Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In L. B. Resnick (Ed.), *The nature of intelligence* (pp.231-236). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Gimmsted, Beverly J. An Exploratory Study of the Processes Used by Community College Students in Mathematical Problem Solving (Doctoral Dissertation, University of Colorado, 1976). *Dissertation Abstracts International*, 1976, 37, 7590-A (University Microfilms No. 7711300)
- Ginsburg, H. P. (1998). Mathematics learning disabilities: A view from developmental psychology in D.P. Rivera (Ed.), *Mathematics education for students with learning disabilities: theory to practice* (pp.47-49), Austin, TX: PRO-ED.
- Hanna, G. (1996). *The ongoing value of proof. PME XX (1)*. Valencia, Spain
- Hollander, Sheila K. Strategies of Selected Sixth Graders Reading and Working Verbal Arithmetic Problems (Doctoral Disertation, Hofstra University, 1973). *Dissertation Abstracts International*, 1973, 34 (University Microfilms No. 7407896)
- Kantowski, Mary G. Processes Involved in mathematical Problem Solving, *Journal for Research in Mathematics education*, 1977, 8(3), 163 – 180.
- Koedinger, K. R. (1990). Theoretical and Empirical Motivation for the design of ANGLE; A new geometry learning environment. Pittsburgh; Carnegie Mellon University.
- Miller, S. P., & Mercer, C. D. (1998). Educational aspects of mathematics disabilities. In D. P. Rivera (Ed.), *Mathematics education for students with learning disabilities: Theory to practice* (pp.81-96). Austin, TX: PRO-ED.
- National Assessment of Educational Progress. (2001). *Mathematics proficiency and selected statistics on mathematics education for 4th graders in public schools, by region, and state: 1996-2000*. Washington, DC: U.S. Department of Education, NAEP.
- Rivera, D. P. (1998). Mathematics education and students with learning disabilities. In D. P. Rivera (Ed.), *Mathematics education for students with learning disabilities: Theory to practice* (pp.1-31). Austin, TX: PRO-ED.
- Robinson, Mary. L. An Investigation on Problem Solving Behavior and Cognitive and Affective characteristics of Good and Poor Problem Solvers in Sixth Grades Mathematics (Doctoral Dissertation, State University of New York at Buffalo, 1973). *Dissertation Abstract International*, 1973, 33, 620-A

- Mingus, T. Y., & Grassl, R. M. (1999). Preservice teachers' beliefs about proofs. *School Science and Mathematics*, 99(8), 438-444.
- Polya, G. (1965). *Mathematical discovery*. New York: John Wiley & Sons.
- Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (334 -370). New York, NY: MacMillan.
- Smith E. P., & Henderson, K. B. (1989) *Proof. The growth of mathematical ideas, grades K – 12. National Council of Teachers of Mathematics, 24th yearbook*. Washington, DC: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ireland, S. H. (1973). *The effects of a one-semester geometry course which emphasizes the nature of proof of student comprehension of deductive processes*. (Doctoral dissertation, University of Michigan, 1973).
- Stover, N. F. (1989). *An exploration of students' reasoning ability and van Hiele levels as correlates of proof-writing achievement in Geometry*. (Doctoral dissertation, University of Oregon, 1990).
- Kunth, E.J. (1999). *Secondary school mathematics teachers' conceptions of proof*. (Doctoral dissertation, University of Wisconsin, Madison, 1999).
- McCrone, S. S., Martin, T. S., Dindyal, J., & Wallace, M. L. (2004). A longitudinal Study of mathematical reasoning: Student development and school influences: 1999–2003. *Technical Report: Y8, Y9 Proof Survey*. Atas talian. 15 January, 2005 daripada <http://www.ioe.ac.uk/proof/techreps.html>
- Knuth, E. J. (2002). Secondary school mathematics teachers' conceptions of proof. *Journal of Research in Mathematics Education*, 33(5), 379-405.
- Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(1), 31-48.
- Waring, S. (2001). Proof is back. *Mathematics in School*, 30 (1), 4-8.
- McBride, B., & Carifio, J. (1995, April). Empirical results of using an analytic versus holistic scoring method to score geometric proofs: Linking and assessing Greeno, Bloom, and van Hiele views of student abilities to do proof. *Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association*. April 18-22, 1995. San Francisco, CA.
- Patton, M. Q. (1990). *Qualitative evaluation and research methods*. Newbury Park, CA: Sage
- Raman, M. (2003). Key ideas: What are they and how they can help us understand how people view proof? *Educational Studies in Mathematics*, 52, 319-325
- Subramanian, L. (1991). *An Investigation Of High School Geometry Students' Proving And Logical Thinking Abilities And The Impact Of Dynamic Geometry*

Software On Student Performance. (Master Dissertation, University of Mumbai).

Senk, S. L. (1985). How well do students write geometry proofs? *Mathematics Teacher*, 78(6), 448 – 456.

Weber. K.H. (2001). *Investigating and Teaching the strategic knowledge needed to construct proofs*. (Doctoral dissertation, Carnegie Mellon University).